

2019 全国研究生招生考试数学三试题

(真题)



启航教育

2019 年考研数学三真题

一、选择题

- 当 $x \rightarrow 0$ 时, 若 $x - \tan x$ 与 x^k 为同阶无穷小, 则 $k = (\quad)$
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- 已知 $x^5 - 5x + k = 0$ 有 3 个不同的实根, 则 k 的取值范围为 (\quad)
A. $(-\infty, -4)$ B. $(4, +\infty)$ C. $[-4, 4]$ D. $(-4, 4)$
- 已知 $y'' + ay' + by = ce^x$ 的通解为 $y = (C_1 + C_2 x)e^{-x} + e^x$, 则 a, b, c 的值为 (\quad)
A. 1, 0, 1 B. 1, 0, 2 C. 2, 1, 3 D. 2, 1, 4
- 已知 $\sum_{n=1}^{\infty} nu_n$ 绝对收敛, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{v_n}{n}$ 条件收敛, 则下列正确的是 (\quad)
A. $\sum_{n=1}^{\infty} u_n v_n$ 条件收敛 B. $\sum_{n=1}^{\infty} u_n v_n$ 绝对收敛
C. $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + v_n)$ 收敛 D. $\sum_{n=1}^{\infty} (u_n + v_n)$ 发散
- 已知 A 为 4 阶矩阵, A^* 为 A 的伴随矩阵, 且 $Ax = 0$ 的基础解析有 2 个线性无关的解, 则 $r(A^*) = (\quad)$
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- 设 A 是 3 阶实对称矩阵, E 是 3 阶单位矩阵. 若 $A^2 + A = 2E$, 且 $|A| = 4$, 则二次型 $x^T Ax$ 的规范形为
A. $y_1^2 + y_2^2 + y_3^2$. B. $y_1^2 + y_2^2 - y_3^2$.
C. $y_1^2 - y_2^2 - y_3^2$. D. $-y_1^2 - y_2^2 - y_3^2$.
- 设 A, B 为随机事件, 则 $P(A) = P(B)$ 的充分必要条件是
A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
B. $P(AB) = P(A)P(B)$.

C. $P(\overline{AB}) = P(\overline{BA})$.

D. $P(AB) = P(\overline{AB})$.

8. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且都服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P\{|X - Y| < 1\}$

A. 与 μ 无关, 而与 σ^2 有关.

B. 与 μ 有关, 而与 σ^2 无关.

C. 与 μ, σ^2 都有关.

D. 与 μ, σ^2 都无关.

二. 填空题, 9~14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

9. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$

10. 曲线 $y = x \sin x + 2 \cos \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2} \right)$ 的拐点坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$

11. 已知 $f(x) = \int_1^x \sqrt{1+t^4} dt$, 则 $\int_0^1 x^2 f(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$

12. A, B 两种商品的价格为 p_A, p_B , A 商品的价格需求函数为 $500 - p_A^2 - p_A p_B + 2 p_B^2$,

则当 $p_A = 10, p_B = 20$ 时, A 商品的价格需求弹性 $\eta_{AA} (\eta_{AA} > 0) = \underline{\hspace{2cm}}$

13. 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & a^2 - 1 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ a \end{pmatrix}$, 若 $Ax = b$ 有无穷多解, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$

14. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ $F(x)$ 为 X 的分布函数,

EX 为 X 的数学期望, 则 $P\{F(X) > EX - 1\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^{2x} & x > 0 \\ xe^x + 1 & x \leq 0 \end{cases}$, 求 $f'(x)$ 并求 $f(x)$ 的极值

16. 设 $f(u, v)$ 具有连续的 2 阶偏导数,

$g(x, y) = xy - f(x+y, x-y)$, 求 $\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2}$

17. $y(x)$ 显微分方程 $y' - xy = \frac{1}{2\sqrt{x}} e^{\frac{x^2}{2}}$ 满足条件 $y(1) = \sqrt{e}$ 的特解.

(1) 求 $y(x)$

(2) 区域 $D = \{(x, y) | 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq y(x)\}$, D 绕 x 轴旋转的旋转体的体积

18. 求曲线 $y = e^{-x} \sin x (x > 0)$ 与 x 轴之间图形的面积。

19. 设 $a_n = \int_0^1 x^n \sqrt{1-x^2} dx$, $n = (0, 1, 2, \dots)$

(1) 证明数列 $\{a_n\}$ 单调减少, 且 $a_n = \frac{n-1}{n+2} a_{n-2}$ ($n=2, 3, \dots$)

(2) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n-1}}$.

20. 设向量组 I. $\alpha_1 = (1, 1, 4)^T, \alpha_2 = (1, 0, 4)^T, \alpha_3 = (1, 2, a^2 + 3)^T, \alpha_4 = (1, 1, a + 3)^T$,

II. $\beta_1 = (1, 1, a + 3)^T, \beta_2 = (0, 2, 1 - a)^T, \beta_3 = (1, 3, a^2 + 3)^T$.

若向量组 I 与向量组 II 等价, 求 a , 并将 β_3 用 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 表示

21. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 \\ 2 & x & -2 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ 与 $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & y \end{pmatrix}$ 相似

(1) 求 x, y ,

(2) 求可逆矩阵 P , 使得 $P^{-1}AP = B$

22. 已知随机变量 X, Y 相互独立, X 服从参数为 1 的指数分布

$Y \sim \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ p & 1-p \end{pmatrix}, 0 < p < 1$, 令 $Z = XY$.

- (1) Z 的概率密度
- (2) p 为何值, X, Z 不相关;
- (3) X, Z 是否独立.

23. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x, \sigma^2) = \begin{cases} \frac{A}{\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, & x \geq \mu \\ 0, & x < \mu \end{cases}$

μ 为已知参数, σ^2 为未知参数, A 常数,

X_1, X_2, \dots, X_n 为取自总体 X 的简单随机样本.

- (1) 求 A ;
- (2) 求 σ^2 的最大似然估计量

想要获取更多考研资讯

请关注“启航考研”官方微信公众号

