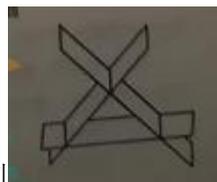


2019 全国研究生招生考试数学一试题

(真题)



启航考研



组成的线性方程组的系数矩阵和增广矩阵分别记为 A, \bar{A} , 则

A. $r(A) = 2, r(\bar{A}) = 3$.

B. $r(A) = 2, r(\bar{A}) = 2$.

C. $r(A) = 1, r(\bar{A}) = 2$.

D. $r(A) = 1, r(\bar{A}) = 1$.

7. 设 A, B 为随机事件, 则 $P(A) = P(B)$ 的充分必要条件是

A. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

B. $P(AB) = P(A)P(B)$.

C. $P(A\bar{B}) = P(B\bar{A})$.

D. $P(AB) = P(\bar{A}\bar{B})$.

8. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且都服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P\{|X - Y| < 1\}$

A. 与 μ 无关, 而与 σ^2 有关.

B. 与 μ 有关, 而与 σ^2 无关.

C. 与 μ, σ^2 都有关.

D. 与 μ, σ^2 都无关.

二、填空题: 9~14 小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

9. 设函数 $f(u)$ 可导, $z = f(\sin y - \sin x) + xy$, 则 $\frac{1}{\cos x} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{\cos y} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 微分方程 $2yy' - y^2 - 2 = 0$ 满足条件 $y(0) = 1$ 的特解 $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^n$ 在 $(0, +\infty)$ 内的和函数 $S(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 设 Σ 为曲面 $x^2 + y^2 + 4z^2 = 4 (z \geq 0)$ 的上侧, 则 $\iint_{\Sigma} \sqrt{4-x^2-4z^2} dx dy = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 设 $A = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ 为 3 阶矩阵. 若 α_1, α_2 线性无关, 且 $\alpha_3 = -\alpha_1 + 2\alpha_2$, 则线性方程组 $Ax = 0$ 的通解为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ $F(x)$ 为 X 的分布函数, EX 为

X 的数学期望, 则 $P\{F(X) > EX - 1\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题: 15~23 小题, 共 94 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (本题满分 10 分)

设函数 $y(x)$ 是微分方程 $y' + xy = e^{-\frac{x^2}{2}}$ 满足条件 $y(0) = 0$ 的特解.

(1) 求 $y(x)$;

(2) 求曲线 $y = y(x)$ 的凹凸区间及拐点.

16. (本题满分 10 分)

设 a, b 为实数, 函数 $z = 2 + ax^2 + by^2$ 在点 $(3, 4)$ 处的方向导数中, 沿方向 $l = -3i - 4j$ 的方向导数最大, 最大值为 10.

(1) 求 a, b ;

(2) 求曲面 $z = 2 + ax^2 + by^2 (z \geq 0)$ 的面积.

17. 求曲线 $y = e^{-x} \sin x (x \geq 0)$ 与 x 轴之间图形的面积.

18. 设 $a_n = \int_0^1 x^n \sqrt{1-x^2} dx, n = (0, 1, 2, \dots)$

(1) 证明数列 $\{a_n\}$ 单调减少, 且 $a_n = \frac{n-1}{n+2} a_{n-2} (n=2, 3, \dots)$

(2) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{a_{n-1}}$.

19. 设 Ω 是锥面 $x^2 + (y-2)^2 = (1-z)^2 (0 \leq z \leq 1)$ 与平面 $z = 0$ 围成的锥体, 求 Ω 的形心坐标.

20. 设向量组 $\alpha_1 = (1, 2, 1)^T, \alpha_2 = (1, 3, 2)^T, \alpha_3 = (1, a, 3)^T$, 为 R^3 的一个基, $\beta = (1, 1, 1)^T$ 在这个基下的坐标为 $(b, c, 1)^T$.

(1) 求 a, b, c .

(2) 证明 $\alpha_2, \alpha_3, \beta$ 为 R^3 的一个基, 并求 $\alpha_2, \alpha_3, \beta$ 到 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的过渡矩阵.

21. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 \\ 2 & x & -2 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ 与 $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & y \end{pmatrix}$ 相似

(1) 求 x, y .

(2) 求可逆矩阵 P , 使得 $P^{-1}AP = B$.

22. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, X 服从参数为 1 的指数分布, Y 的概率分布为 $P\{Y = -1\} = p, P\{Y = 1\} = 1 - p, (0 < p < 1)$, 令 $Z = XY$

(1) 求 z 的概率密度.

(2) p 为何值时, X 与 Z 不相关.

(3) X 与 Z 是否相互独立?

23. (本题满分 11 分)

设总体 X 的概率密度为

$$f(x, \sigma^2) = \begin{cases} \frac{A}{\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} & x \geq \mu, \\ 0 & x < \mu, \end{cases}$$

其中 μ 是已知参数, $\sigma > 0$ 是未知参数, A 是常数, X_1, X_2, \dots, X_n 来自总体 X 的简单随机样本.

(1) 求 A ;

(2) 求 σ^2 的最大似然估计量

想要获取更多考研资讯

请关注“启航考研”官方微信公众号



启航考研