**2008年考研数学（三）真题解析**

一、选择题

(1)【答案】

【详解】 ，

所以是函数的可去间断点．

(2)【答案】

【详解】

其中是矩形*ABOC*面积，为曲边梯形*ABOD*的面积，所以为曲边三角形的面积．

(3)【答案】

【详解】

，

故不存在．



所以存在．故选.

(4)【答案】

【详解】用极坐标得 

所以 .

(5)【答案】

【详解】，.

故均可逆．

(6)【答案】

【详解】记，则，

又，

所以和有相同的特征多项式，所以和有相同的特征值.

又和为同阶实对称矩阵，所以和相似．由于实对称矩阵相似必合同，故正确.

(7)【答案】

【详解】.

(8)【答案】

【详解】 用排除法. 设，由，知道正相关，得，排除、

由，得

所以  所以. 排除. 故选择.

二、填空题

(9)【答案】1

【详解】由题设知，所以

因为 ，

又因为在内连续，必在处连续

所以 ，即.

(10)【答案】

【详解】，令，得

所以 .

(11)【答案】

【详解】

.

(12)【答案】

【详解】由，两端积分得，所以，又，所以.

(13)【答案】3

【详解】的特征值为，所以的特征值为，

所以的特征值为，，

所以.

(14)【答案】

【详解】由，得，又因为服从参数为1的泊松分布，所以，所以，所以 .

三、解答题

(15) 【详解】

**方法一**：



**方法二**：



(16) 【详解】(I) 





(II) 由上一问可知，

所以 

所以 .

(17) 【详解】 曲线将区域分成两

O 0.5 2  ***x***

***D*1**

***D*3 *D*2**

个区域和，为了便于计算继续对

区域分割，最后为











(18) 【详解】

**方法一**：(I) 由积分的性质知对任意的实数，



令，则

所以 

(II) 由(1)知，对任意的有，记，则

. 所以，对任意的，





所以是周期为2的周期函数.

**方法二**：(I) 设，由于，所以为常数，从而有. 而，所以，即.

(II) 由(I)知，对任意的有，记，则

 ， 

由于对任意，，

所以 ，从而 是常数

即有 

所以是周期为2的周期函数.

(19) 【详解】

**方法一**：设为用于第年提取万元的贴现值，则



故 

设 

因为 

所以 (万元)

故 (万元)，即至少应存入3980万元.

**方法二**：设第年取款后的余款是，由题意知满足方程

， 即  (1)

(1)对应的齐次方程 的通解为 

设(1)的通解为 ，代入(1)解得 ，

所以(1)的通解为 

由，得  

故至少为3980万元．

(20) 【详解】(I)

**证法一**：



**证法二**：记，下面用数学归纳法证明．

当时，，结论成立．

当时，，结论成立．

假设结论对小于的情况成立．将按第1行展开得



故 

**证法三**：记，将其按第一列展开得 ，

所以 



即 





(II) 因为方程组有唯一解，所以由知，又，故．

由克莱姆法则，将的第1列换成，得行列式为



所以 

(III) 方程组有无穷多解，由，有，则方程组为



此时方程组系数矩阵的秩和增广矩阵的秩均为，所以方程组有无穷多解，其通解为

为任意常数．

(21)【详解】(I)

**证法一**：假设线性相关．因为分别属于不同特征值的特征向量，故线性无关，则可由线性表出，不妨设，其中不全为零(若同时为0，则为0，由可知，而特征向量都是非0向量，矛盾)



，又

，整理得：

则线性相关，矛盾. 所以，线性无关.

**证法二**：设存在数，使得 (1)

用左乘(1)的两边并由得

 (2)

(1)—(2)得  (3)

因为是的属于不同特征值的特征向量，所以线性无关，从而，代入(1)得，又由于，所以，故线性无关.

(II) 记，则可逆，





所以 .

(22)【详解】

(I) 

(II) 











所以 

(23) 【详解】(I) 因为，所以，从而．

因为 



所以，是的无偏估计

(II)

**方法一**：，，

所以



因为，所以，

有，

所以





因为，所以，

又因为，所以,所以

所以 .

**方法二**：当时

　　　　(注意和独立)

